

Poznań, 19 lipca 2023 r

Dr hab. inż. Anita Uściłowska  
Instytut Technologii Materiałów  
Wydział Inżynierii Mechanicznej  
Politechnika Poznańska

Recenzja rozprawy doktorskiej pt.

**Metody radialnych funkcji bazowych w zastosowaniu do zagadnień brzegowych  
mechaniki z pewnym typem nieciągłości**

Autor rozprawy: **mgr inż. Jordan Podgórski**

Promotor: **dr hab. inż. Artur Krowiak, prof. PK**

**1. Uwagi wstępne**

Recenzję rozprawy wykonano na zlecenie Rady Naukowej Wydziału Mechanicznego Politechniki Krakowskiej, pismo M.00-81/2023, Prodziekan Wydziału Mechanicznego Politechniki Krakowskiej prof. dr hab. inż. Marek S. Kozień, z dnia 18 maja 2023 r.

**2. Charakterystyka rozprawy doktorskiej**

Rozprawa doktorska liczy 6 rozdziałów, zawiera streszczenie w języku polskim oraz angielskim, spisu treści oraz bibliografii, łącznie 100 stron.

W rozdziale pierwszym „Wstępie” przedstawiono historię oraz aktualny stan badań nad rozwojem i zastosowaniem radialnych funkcji bazowych w rozwiązywaniu zagadnień inżynierskich. Wskazano na historię modyfikacji metod opartych na zastosowaniu radialnych funkcji bazowych, rozpoczynając od charakterystyki metody Kansy. Przedstawiono także implementację metody radialnych funkcji bazowych do rozwiązywania zagadnień inżynierskich z pewnymi rodzajami nieciągłości, np. zagadnienia z zakresu teorii sprężystości odnoszące się do elementów wykonanych z różnych materiałów.

W drugim rozdziale określono cel i zakres pracy. Cel został zdefiniowany następująco: „modyfikacja metody kolokacyjnej, w której poszukiwane rozwiązanie aproksymowane jest kombinacją liniową globalnych funkcji radialnych, aby można było ją zastosować do rozwiązywania równań różniczkowych opisujących zagadnienia mechaniki, charakteryzujące się nieciągłością na pewnym interfejsie”. Doktorant określił też zakres prac, w który wchodzi: opracowanie modyfikacji metody Kansy umożliwiających rozwiązywanie zagadnień z interfejsami; opracowanie technik interpolacji, służących wyznaczaniu quasi optymalnej wartości parametru kształtu radialnych funkcji bazowych; testowanie zaproponowanych modyfikacji metody Kansy poprzez rozwiązywanie wybranych zagadnień inżynierskich.



Rozdział trzeci zawiera prezentację radialnych funkcji bazowych, ich charakterystyki – parametru kształtu oraz metodę Kansa (metodę radialnych funkcji bazowych) z jej podstawowymi parametrami – zbiór punktów kolokacji (węzłów), zbiór punktów tzw. środków. Przedstawiono trzy metody doboru parametru kształtu radialnych funkcji bazowych.

W kolejnym rozdziale przedstawione zostały modyfikacje metody radialnych funkcji bazowych, przygotowane do rozwiązywania zagadnień brzegowych w nieciągłością na interfejsie. Przedstawiono podejście wielod dziedzinowe, w którym określa się specjalne warunki na brzegu – styku materiałów o różnych właściwościach. Są to warunki wynikające z fizycznych właściwości materiałów. Druga zaproponowana modyfikacja metody RFB polega na wprowadzeniu funkcji skalującej w definicji radialnych funkcji bazowych. Zagadnienie brzegowe można w takim przypadku rozwiązywać bez dodatkowych warunków na styku materiałów o różnych charakterystykach. Przedstawiono także wyniki obliczeń numerycznych, które wykazywały poprawność działania zaproponowanych metod numerycznych.

Rozdział piąty zawiera rozwiązania wybranych zagadnień brzegowych mechaniki. Zagadnienia to przepływ ciepła, drgania własne powłoki oraz stan naprężeń w płycie. Walidacji zaproponowanych rozwiązań dokonano w oparciu o rozwiązania dokładne lub uzyskane inną metodą numeryczną (Metodą elementów skończonych).

W ostatnim rozdziale Doktorant podsumował prace przedstawione w rozprawie doktorskiej. Podał wniosek, że zaproponowane modyfikacje metody radialnych funkcji bazowych prowadzą do metod, które pozwalają z żadaną dokładnością rozwiązywać zagadnienia inżynierskie z nieciągłościami charakterystyk materiałowych. Jednak wskazuje także na potrzebę dalszych badań, w szczególności doboru parametru kształtu radialnych funkcji bazowych.

### 3. Ocena rozprawy

Dokonując oceny rozprawy należy podkreślić, że jej ogólna forma i zakres podyktowane zostały realizacją celów i udowodnieniem tezy rozprawy.

Za główne osiągnięcia mgr inż. Jordana Podgórskiego uważam:

- usystematyzowanie wiedzy w zakresie radialnych funkcji bazowych oraz metody Kansa (metody radialnych funkcji bazowych), w szczególności przedstawienie trzech metod doboru parametru kształtu radialnych funkcji bazowych);
- uporządkowanie wiedzy i implementacji metody radialnych funkcji bazowych w wariacie wielod dziedzinowym do rozwiązywania wybranych zagadnień mechaniki;
- wprowadzenie metody funkcji skalującej do definicji radialnych funkcji bazowych; jest to bardzo nowe podejście do rozwiązywania zaproponowanych zagadnień inżynierskich i podjęcie tego tematu zasługuje na podkreślenie, jako dużej zalety ocenianej rozprawy doktorskiej;
- implementację zaproponowanych modyfikacji MRFB do rozwiązania wybranych zagadnień mechaniki i walidację rozwiązań;
- na uwagę zasługuje także fakt, że wszystkie obliczenia zostały wykonane autorskim oprogramowaniem Doktoranta.

Podsumowując, należy stwierdzić, że konstrukcja rozprawy oraz sposób opracowania metodyki i wyników badań jest właściwa dla tego rodzaju prac. Teza założona przez Doktoranta została potwierdzona, a cele rozprawy w pełni osiągnięte.

#### 4. Uwagi redakcyjne

- w wielu miejscach pojawia się pojęcie „wypłaszczenie funkcji”; nie jest to wyrażenie poprawnie matematyczne;
- w wielu wzorach pojawiają się błędy edycyjne – brakuje nawiasów np. równanie 4.21
- w całej pracy niekonsekwentnie zapisywane są argumenty radialnych funkcji bazowych (zapis normy jest w nawiasie okrągłym lub norma obejmuje nawias okrągły; nawias okrągły obejmuje całą radialną funkcję bazową pod operatorem różniczkowym lub tylko argument funkcji bazowej np. równania 3.9-3.12);
- stosowany jest zapis niekonsekwentny funkcji bez lub z argumentami w równaniach, np. równanie (3.8) – funkcje bez argumentów, równanie (3.9) lewe strony z argumentami, prawe – bez argumentów;
- co to jest „mała separacja między węzłami” (str. 18)?
- co oznacza konkretnie wyrażenie „trochę mniejsze” (str. 20);
- str. 20, rys. 3.5: wykresy są nieczytelne, dwie skale, dwa wykresy na jednym rysunku nie wiadomo jakich wielkości dotyczą;
- przykłady, które dotyczą „pewnego równania”, bez podania warunków brzegowych (str. 20) i następne nie są przekonujące;
- algorytmy przedstawione w rozprawie zapisane zostały pewnym pseudokodem, jednak w tych zapisach też pojawia się niekonsekwencja, np. instrukcja ‘do’, ‘for’ itd;
- zapis funkcji tangens to ‘tg’ a nie ‘tan’;
- zapis warunków określony pochodnymi zwyczajnymi lub pochodnymi cząstkowymi jest niepoprawny, np. równanie (4.13);
- dlaczego niektóre wykresy 3D są wykonane w kolorze, a niektóre są czarno-białe?
- zapis pod równaniem (5.13)  $\Delta = w_{xx} + w_{yy}$  jest niepoprawny;
- str. 75, co to jest „Szybkość zmian temperatury”;
- wykresy postaci drgań własnych membrany byłyby bardziej czytelne w postaci konturowej
- przykład 5.4 – nieczytelnie zdefiniowane są warunki brzegowe; z rysunku 5.12 może wynikać interpretacja, że  $P$  jest siłą (jednostka [N]) lub siłą działającą na jednostkę długości, czyli [N/m]; równania (5.20) wprowadzają wielkości  $P_x$ ,  $P_y$ , a dalej w warunkach brzegowych  $\sigma_x = P$ , czyli  $P$  jest naprężeniem (według klasycznych oznaczeń literaturowych); nieporozumienie nie pojawiłoby się, gdyby wielkości występujące w zagadnieniu było jednoznacznie definiowane, tj. podawane były ich wartości i jednostki.

#### 5. Pytania merytoryczne:

- badania numeryczne prowadziły do wyznaczenia parametru kształtu stosowanych radialnych funkcji bazowych; w żadnym przykładowym rozwiązaniem zagadnieniu nie podano konkretnej wartości wyznaczonego parametru; w rozdziale 4.1 badano różne radialne funkcje bazowe; czy korzystano z jednej, tej samej wartości parametru kształtu?
- w definicjach i rozwiązaniach zagadnień inżynierskich nie zastosowano wielkości rzeczywistych, wybiórczo podawano jednostki wielkości fizycznych pojawiających się w zagadnieniach; nasuwa się wątpliwość, czy rozwiązywane zagadnienia są w postaci wymiarowej czy bezwymiarowej; w przykładzie 5.3 podano, że zagadnienie rozwiązane jest w postaci bezwymiarowej, ale nie podano kompleksowo przejścia z wymiarowej do bezwymiarowej postaci;

- w równaniach (4.3), (4.4) pojawiają się różne operatory różniczkowe w równaniach i warunkach brzegowych (w tym na interfejsie); czy rzeczywiście są takie zjawiska, które można tak opisać? Jakże to procesy inżynierskie i jakimi operatorami różniczkowymi można je opisać?
- str. 44, podano różne kombinacje rozkładu węzłów i punktów-środków tj. regularny lub nieregularny; skąd taki wybór?
- w opisie otrzymanych rezultatów Doktorant przedstawia wartości błędu średniokwadratowego, błędu (np. Rys. 4.20); brakuje informacji jak są wyznaczane te wielkości;
- co oznacza zapis  $u'_y(x=0,y)$  – Rys. 4.21 i następne;
- str. 54 jest napisane „podejścia dają akceptowalne rezultaty”; jakie kryterium zostało przyjęte, aby rezultaty można było zaakceptować?
- według jakich kryteriów Doktorant dopierał funkcję  $\Psi$ ? W niektórych przypadkach jest wartości to 1, -1, a w innych 1, 2, 3; Czy wartości tej funkcji nie powinny być zależne od nieciągłości fizycznej na interfejsie, którą zmodyfikowana radialna funkcja bazowa opisuje?

## 6. Wniosek końcowy

Uważam, że praca doktorska „Metody radialnych funkcji bazowych w zastosowaniu do zagadnień brzegowych mechaniki z pewnym typem nieciągłości” autorstwa mgr inż. Jordana Podgórskiego (promotor dr hab. inż. Artur Krowiak, prof. PK) spełnia wymagania ustawy z dnia 14 marca 2003 r. o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki w zakresie dyscypliny inżynieria mechaniczna. Dlatego wnioskuję do Rady Naukowej Dyscypliny Inżynieria Mechaniczna Wydziału Mechanicznego Politechniki Krakowskiej o dopuszczenie jej do publicznej obrony.

Anita Usatowska