

Warszawa, 06.10.2023

Dr hab. inż. Zdzisław Nowak, profesor Instytutu  
Instytut Podstawowych Problemów Techniki  
Polskiej Akademii Nauk  
Zakład Teorii Ośrodków Ciągłych i Nanostruktur  
ul. Adolfa Pawińskiego 5B  
02-106 Warszawa

## RECENZJA

pracy doktorskiej mgr inż. Anny Jerzyńskiej  
(promotorstwa prof. dr hab. inż. Haliny Egner) p.t.:  
„Wyznaczanie własności mechanicznych materiałów kompozytowych z  
zastosowaniem hipotezy równoważności energii”

Podstawą formalną opracowania jest pismo Pana Dziekana Wydziału Mechanicznego prof. dr hab. inż. Jerzego A. Sładka z dnia 31.07.2023 w zgodzie z uchwałą Rady Wydziału Mechanicznego Politechniki Krakowskiej z dnia 12 lipca 2023r. z prośbą o ocenę rozprawy doktorskiej mgr inż. Anny Jerzyńskiej w dyscyplinie mechanika.

### 1. Obszar problemowy rozprawy

Tematyka przedłożonej do recenzji rozprawy doktorskiej mgr inż. Anny Jerzyńskiej dotyczy ważnego obszaru badawczego w dziedzinie określania efektywnych właściwości mechanicznych materiałów kompozytowych. Materiałów złożonych, które mogą składać się z kilku różnych wzajemnie połączonych składników (faz) o odpowiednich właściwościach mechanicznych. Cenne są próby opisu i określenia metody wyznaczania własności mechanicznych i zachowania się materiałów złożonych z uwzględnieniem udziałów objętościowych i konfiguracji geometrycznej jego składników.

Rozpatrywana problematyka ma nie tylko znaczenie poznawcze, lecz również praktyczne, jakie niesie możliwość zastosowania takiej metody w zastosowaniach inżynierskich.

Wybór tematyki rozprawy uważam za trafny, gdyż Autorka w recenzowanej rozprawie, nie zaniedbuje żadnego etapu badań i skoncentrowała swoją uwagę na zrozumieniu relacji pomiędzy złożonym zachowaniem się materiału kompozytowego i wpływu udziałów objętościowych i konfiguracji geometrycznej jego składników podczas obciążeń quasi-statycznych w temperaturach pokojowych. Uważam więc, że rozważane w dysertacji problemy są ważne i aktualne, zarówno dla teorii do rozwiązywania złożonych zagadnień naukowych, jak i przede wszystkim w zastosowaniach praktycznych.

## 2. Syntetyczny opis pracy

Przedłożona do recenzji praca mgr inż. Anny Jerzyńskiej p.t.: „Wyznaczanie własności mechanicznych materiałów kompozytowych z zastosowaniem hipotezy równoważności energii”, została zrealizowana pod kierunkiem prof. dr hab. inż. Haliny Egner.

Praca napisana jest w języku polskim i stanowi manuskrypt o łącznej objętości 114 stron. Tekst pracy podzielono na 9 rozdziałów uzupełnionych streszczeniem w języku angielskim i polskim, wykazem ważniejszych oznaczeń, spisem rysunków i tabel oraz jednym dodatkiem wyjaśniającym podstawowe cechy algorytmu obliczeniowego dla obciążeń quasi-statycznych. Praca zawiera bogaty, przedstawiony na stronach 103-110 spis 89 pozycji literatury.

We Wstępie dokonano wprowadzenia do tematyki pracy i przedstawiono konieczność opracowania metod określania rzeczywistych właściwości mechanicznych materiałów kompozytowych. W oparciu o literaturę przedstawiono dwie klasyczne grupy metod wyznaczania właściwości materiałów kompozytowych: fenomenologiczne podejście makomechaniczne i mikromechaniczne omawiając takie metody jak: Reussa (R), Voigta(V), Hashina, Hashina i Shtrikmana(HS), Hashina i Rosena, Mori-Tanaki(MT), model samozgodny i wiele innych.

W Rozdziale 2 określono cel, zakres i tezę pracy. Praca jest poświęcona opracowaniu metody wyznaczania właściwości mechanicznych dowolnego materiału kompozytowego na podstawie znajomości właściwości oraz udziału objętościowego/geometrycznej konfiguracji jego składników. Efektywne własności kompozytów izotropowych ustalono z zastosowaniem ciągłych funkcji skalarny a w przypadku kompozytów anizotropowych przy użyciu tensorów opisujących konfigurację geometryczną składników w kompozycie. Przedstawiona w rozprawie metoda określania właściwości mechanicznych dla kompozytów wykorzystuje hipotezę równoważności energii całkowitej (REC) pomiędzy rzeczywistym niejednorodnym materiałem kompozytowym oraz fikcyjnym (zhomogenizowanym) materiałem pseudo-jednorodnym. W pracy przeprowadzono również badania parametryczne oraz walidację modelu na kilku materiałach kompozytowych z różnym udziałem objętościowym fazy zbrojącej na podstawie wyników doświadczalnych i dokonano porównania z innymi metodami dostępnymi w literaturze. Pozwoliło to na weryfikację hipotezy badawczej i potwierdzenia skuteczności proponowanej metody w oszacowaniach efektywnych właściwości materiałów kompozytowych.

W Rozdziale 3 przedstawiono najistotniejszą dla tej pracy koncepcję wyznaczania własności mechanicznych kompozytów z zastosowaniem hipotezy równoważności energii całkowitej. Jedną z zalet takiego podejścia jest możliwość spójnego opisu nie tylko zachowania sprężystego, ale również zachowania plastycznego materiałów kompozytowych. W rozdziale tym omówiono rozdział równoważności energii całkowitej na równoważność poszczególnych składników energii: energii sprężystej, energii wzmocnienia kinematycznego oraz energii wzmocnienia izotropowego. Sformułowanie to było już wcześniej przedstawione w opublikowanej pracy współautorstwa Doktorantki ściśle związanych z tematyką przedłożonej pracy doktorskiej: Anna Wiśniewska, Szymon Hernik, Aneta Liber-Kneć, Halina Egner,

*Effective properties of composite material based on total strain Energy equivalence*, Composites Part B: Engineering, 166(1), pp. 213-220, 2019.

W Rozdziale 4 przedstawiono szczegółowo sposób określania własności sprężystych izotropowego kompozytu dwuskładnikowego, wykorzystując również materiały opublikowane w pracy: *Effective properties of composite material based on total strain Energy equivalence*, Composites Part B: Engineering, 166(1), pp. 213-220, 2019. Dokonano porównania efektywnych stałych Lamé dla równań aproksymacyjnych tensora wpływu wtrąceń (zbrojenia) co jest treścią Tabeli 4.1, str. 26. W podrozdziale 4.2 porównano proponowaną metodę REC z klasycznymi metodami homogenizacji analitycznej (V, R, HS górne, HS dolne, MT) a współczynniki koncentracji dla tych metod zebrano w Tabeli 4.2, str. 27. W podrozdziale 4.3 dokonano określenia właściwości sprężystych kompozytu hybrydowego tak jak w pracy Autorki z prof. H. Egner: *Energy Equivalence Based Estimation of Hybrid Composites Mechanical Properties*, Materials, 16:4215, pp. 1-15, 2023. W podrozdziale 4.4 przedstawiono sposób określania własności plastycznych kompozytu dwuskładnikowego.

Rozdział 5 poświęcony jest określaniu własności mechanicznych kompozytów anizotropowych. W sformułowaniu zachowania się tych materiałów wykorzystuje się opis orientacji włókien, miary zawartości włókien w matrycy (opartej na tensorze orientacji i na udziałach powierzchniowych w elemencie reprezentatywnym) oraz określa się tensor wpływu włókna (zbrojenia) w odniesieniu do materiału matrycy.

Rozdział 6 poświęcony jest implementacji numerycznej proponowanej metody REC dla kompozytu sprężysto-plastycznego i porównanie rezultatów symulacji numerycznych z doświadczalnymi krzywymi rozciągania dla kompozytu. Do całkowania równań została zastosowana metoda całkowania typu backward Euler a do rozwiązania układu równań algebraicznych zastosowano metodę Newtona-Raphsona. Składowe macierzy Jacobiego określano z wykorzystaniem pakietu Wolfram Mathematica z możliwością obliczeń w zakresie symbolicznym.

W Rozdziale 7 przedstawiono badania parametryczne i weryfikację doświadczalną metody wyznaczania właściwości sprężystych kompozytu dwuskładnikowego oraz właściwości sprężystych kompozytu hybrydowego przy założeniu stałej wartości udziału objętościowego jednego z materiałów wzmacniających tak jak w pracy: Anna Jerzyńska i Halina Egner, *Energy Equivalence Based Estimation of Hybrid Composites Mechanical Properties*, Materials, 16:4215, 1-15, 2023. Przedstawiono również właściwości plastyczne kompozytu dwuskładnikowego (materiał opublikowany w pracy: Anna Wiśniewska, Szymon Hernik i Halina Egner, *Effective Properties of Composite Material Based on Total Strain Energy Equivalence*, in: H. Altenbach et al. (eds.), *Plasticity, Damage and Fracture in Advanced Materials*, Chapter 11, pp. 121-213, Springer, 2020. Walidację modelu REC przeprowadzono na kilku materiałach kompozytowych wykorzystując własne badania doświadczalne, jak i dane doświadczalne z literatury. Badania własne przeprowadzono na kompozycie, który składał się z osnowy poliacetylowej (POM T-300) o komercyjnej nazwie Tarnoform T-300, wzmocnionej krótkimi włóknami węglowymi (CF, Fortafil F-3). W próbie jednoosiowego quasi-statycznego rozciągania w temperaturze pokojowej przebadano materiał osnowy i materiały kompozytów o

5%, 20% i 30 % udziału masowego włókien. Do testów stosowano próbki wiosełkowe wykonane zgodnie z normą PN-EN ISO 527-2:2012 a dla każdego materiału przebadano 10 próbek: po 5 do określenia modułu Younga i po 5 do określenia współczynnika Poissona. Dokonano porównania wyznaczonych właściwości sprężystych kompozytów dwuskładnikowych w oparciu proponowaną metodę REC z danymi doświadczalnymi i ustalono bardzo dobrą zgodność przy stosunkowo prostych obliczeniach. Oszacowania uzyskane metodą REC są zbliżone do górnej granicy Hashina-Shtrikmana a błędy przewidywanych wartości modułu Younga w porównaniu z innymi metodami i wartościami doświadczalnymi są małe i zostały przedstawiono w Tabeli 7.10, str. 62. Wyniki dla kompozytów hybrydowych podsumowano w Tabeli 7.14, str. 67 a błędy oszacowań są w większości przypadków znacznie mniejsze niż błędy metody Voigta i Reussa.

W Rozdziale 8 jako przykłady zastosowań metody REC przedstawiono optymalizację rozkładu fazy ceramicznej ( $ZrO_2+Y_2O_3$ ) w aluminiowym pręcie kołowym poddanym skręcaniu oraz belki wspornikowej wykonanej z materiału kompozytowego o funkcjnie zmiennych własnościach, związanych z założonym w postaci potęgowej rozkładem wtrąceń wzdłuż wysokości przekroju belki. Dla skręcanego pręta analizowano liniowy i kwadratowy rozkład zbrojenia wzdłuż promienia pręta. Ustalono zależność między momentem skręcającym  $T$  i jednostkowym kątem skręcania  $\theta$  z równowagi na szczeblu przekroju w funkcji współczynników rozkładu zbrojenia i modułów Kirchhoffa materiałów składowych. W analizie zginania belki kompozytowej, przy zastosowaniu klasycznych założeń teorii belek z hipotezą Bernouliego i pominięciem wpływu ścinania, użyto modelu materiału o funkcjnie zmiennych właściwościach w postaci potęgowej rozkładu zbrojenia wzdłuż wysokości przekroju belki. Do analizy przyjęto stop aluminium wzmocniony fazą ceramiczną tak jak w przypadku skręcanego pręta a wyniki pokazujące rozkłady modułu Younga oraz współczynnika Poissona w przekroju poprzecznym belki oraz linie ugięcia belki zobrazowano na rysunkach.

W Rozdziale 9 dokonano podsumowania i omówiono najważniejsze elementy i osiągnięcia pracy oraz przedstawiono kierunki dalszych badań.

Przedstawiona praca doktorska mgr inż. Anny Jerzyńskiej prezentuje metodę wyznaczania własności mechanicznych kompozytów. Podejście bazuje na równoważności mechanicznej między rzeczywistym, niejednorodnym materiałem składającym się z osnowy i dodatków w postaci innych materiałów wzmacniających i pseudo-jednorodnym zhomogenizowanym materiałem. Ta równoważność jest w sensie całkowitej wewnętrznej energii odkształcenia dla tych materiałów. Podejście proponowane przez Autorkę w celu oszacowania własności mechanicznych kompozytów posiada istotną korzyść w porównaniu ze znanymi klasycznymi metodami homogenizacji ponieważ jest podejściem fizycznym na bazie energetycznej a analizę przeprowadza się w skali makro z użyciem formalizmu matematycznego bez założeń co do dokładności wymiarów, typu i rozkładu wtrąceń wzmacniających. Metoda ta może być stosowana do analizy kompozytów o dowolnej liczbie materiałów składowych bez potrzeby wielostopniowych obliczeń. Przewidywania tego podejścia dają wartości bliskie doświadczalnym, co potwierdza że podejście na bazie założeń

fizykalnych jest prawidłowe. Cechą najważniejszą proponowanego podejścia jest jego prostota bez potrzeby numerycznej homogenizacji materiałów składowych kompozytu.

Sposób przedstawienia modelu reprezentatywnej energii całkowitej dla materiału kompozytu o złożonej strukturze, przeprowadzenie obliczeń i porównania z danymi z doświadczeń opisanych w pracy jest dla mnie jasny i wystarczająco przekonujący.

### 3. Zakres prowadzonych badań

W pracy bazuje się na niejednorodnym materiale w celu ustalenia materiału, jednolitego (bez rozdziału materiałów składowych, faz). Transformacja materiału rzeczywistego do nowej konfiguracji materiału bez faz służy do zdefiniowania efektywnych zmiennych oraz tensora wpływu. Takie podejście pozwala również na uwzględnienie zjawiska plastycznej dyssypacji w kompozycie w ramach tego samego formalizmu.

Model homogenizacji materiału kompozytu został zbudowany przy założeniu, że:

- materiał składa się z matrycy, oraz losowo rozłożonych wtrąceń (zbrojenia),
- materiał w temperaturach pokojowych podlega deformacji quasi-statycznej z pomijalnym wpływem prędkości odkształcenia,
- odkształcenia są małe,
- przyjęto wzmocnienie materiału jako izotropowo-kinematyczne z uwzględnieniem wpływu cząstek wzmacniających,
- dwufazowy materiał plastyczny podlega stowarzyszonemu prawu płynięcia.

### 4. Ocena Rozprawy doktorskiej

Wkładem Autorki w rozwój mechaniki jest opracowanie i zweryfikowanie metody wyznaczania właściwości mechanicznych materiałów kompozytowych z zastosowaniem hipotezy równoważności energii całkowitej, co umożliwia projektowanie i przewidywanie własności mechanicznych elementów konstrukcyjnych dla różnych procesów deformacji. W przypadku recenzowanej pracy Autorka zajęła się deformacjami sprężystymi i plastycznymi kompozytów dwuskładnikowych.

Najważniejsze moim zdaniem wyniki Autorki (Rozdziały 3, 4, 5 i 7) pokazują, że proponowany nowy sposób wyznaczania właściwości mechanicznych materiałów kompozytowych z zastosowaniem hipotezy równoważności energii całkowitej istotnie może być użyty, jako metoda do projektowania optymalnych elementów konstrukcyjnych. Opracowaną metodę zastosowano do symulacji numerycznej procesu osiowego rozciągania kompozytu z osnowy poliacetalowej (Tarnoform T-300) wzmocnionej krótkim włóknem węglowym (CF, Fortafil F-3). Z rysunków 7.10, 7.11a,b i 7.12 widać, że rezultaty otrzymane metodą równoważności energetycznej są zbliżone do górnej granicy Hashina-Shtrikmana. Autorka uzyskała dobrą zgodność opracowanej metody z wynikami badań doświadczalnych deformowanego kompozytu.

Przedstawione w pracy wyniki zostały opublikowane w czasopiśmie z listy filadelfijskiej. Poprawność treści pracy oraz stwierdzenia w niej zawarte są godne zaufania, co wynika w

szczegółności z uzasadnień, popartych wynikami przeprowadzonych badań doświadczalnych. Również moja opinia o bibliografii wykorzystanej w pracy oraz jej kompletności jest pozytywna, co również nie wyklucza uwag krytycznych.

Mgr inż. Anna Jerzyńska podjęła się zadania polegającego na wyznaczeniu właściwości mechanicznych materiałów kompozytowych z zastosowaniem hipotezy równoważności energii całkowitej kompozytu przemysłowego produkowanego w zakładach Azoty S.A. w Tarnowie. Zastosowana w pracy metoda REC nawiązuje do klasycznych modeli homogenizacji znanych w literaturze. Tematyka pracy doktorskiej jest więc adekwatna z punktu widzenia możliwych zastosowań, szczególnie w kontekście quasi-statycznych obciążeń.

Sformułowane przez Autorkę cele zostały osiągnięte, a wyniki pracy przedstawiono w formie klarownej i uporządkowanej. Zwraca uwagę przejrzystość struktury pracy oraz warto także podkreślić sprawne poruszanie się przez Autorkę w literaturze światowej, oraz stosunkowo dużą liczbę cytowanych pozycji literaturowych w zakresie problematyki poruszanej w pracy doktorskiej.

Oprócz wielu walorów i mocnych stron Rozprawa zawiera jednak elementy skłaniające do polemiki, które przedstawiono jako uwagi krytyczne natury ogólnej i szczegółowej.

#### 4.1 Uwagi krytyczne natury szczegółowej

Strona 55, na rysunkach 7.8, 7.9 i w Tabeli 5.5 str. 56 przedstawiono wyniki doświadczalne dla osnowy i kompozytu z włóknami 5%, 20% i 30% udziału masowego. W Tabeli 7.10 str. 62 dla kompozytu POM-CF jest także wynik dla modułu Younga z 10% udziałem masowym włókien, z bardzo małym błędem estymacji. Dlaczego nie korzystano wszędzie z tego wyniku.

Strona 68, linia 5 od góry: „... wartości parametrów  $h_X$  i  $h_R$  (równanie (118)-(119)) zidentyfikowano na poziomie  $h_X=0.0115$ ,  $h_R=0.0134$ ”. Jak zidentyfikowano te wartości?

#### 4.2 Uwagi krytyczne natury ogólnej

Obliczenia i proces numerycznej symulacji deformacji kompozytu z wykorzystaniem programu Mathematica przedstawiono w Rozdziale 6.5 i Dodatku 1. Wartościowy może być następny krok i tak opracowany kod numeryczny uda się zaimplementować w programie metody elementów skończonych np. ABAQUS do analizy 3D np. skręcania. Jednak sformułowanie i zastosowanie metody homogenizacji w analizach 3D wymaga sprecyzowania rodzaju i wielkości reprezentatywnego elementu objętości (RVE). Doktorantka dobrze zdefiniowała i przedstawiła schemat takiego RVE na rysunku 3.1 w Rozdziale 3.1 na stronie 18. Metoda REC homogenizacji w formie przedstawionej w pracy nie ma tego problemu i w dalszej części pracy nie zajmuje się RVE. Jednak w pracy jest brak choć krótkiej dyskusji sposobu określania RVE i omówienia czym są statystycznie podobne RVE lub w pełni statystyczny RVE.

Na końcu Rozdziału 7.2.1 na stronie 61 podano, że w proponowanej metodzie homogenizacji REC pominięto „interakcję międzyfazową matryca/wtrącenie”. Zapewne można metodę REC zmodyfikować. Wartościowym byłoby podanie np. w Rozdziale 9, jak bardzo komplikuje metodę REC uwzględnienie takiej interakcji i czy inni w literaturze to zrobili.

W Rozdziale 9 jako kierunki dalszych badań podano kontynuację opisu kompozytów anizotropowych oraz opisu właściwości niesprężystych (plastyczność, uszkodzenia). Doktorantka ma dużą wiedzę w zakresie metod homogenizacji. Wartościowym wzbogaceniem pracy byłoby podanie informacji w kilku dodatkowych zdaniach objaśniających nowatorstwo i zakres tych dalszych badań.

## 5. Dobór literatury

Doktorantka zacytowała w pracy wiele pozycji literaturowych obejmujących problematykę związaną z treścią pracy. Doktorantka w tej pracy zamieszcza materiały, które były wcześniej opublikowane przez nią w innych publikacjach jednak wszędzie powołuje się na te pozycje. Warto także podkreślić sprawne poruszanie się przez Autorkę w literaturze światowej.

## 6. Wniosek końcowy

Cel rozprawy został jasno sprecyzowany. Doktorantka poprawnie sformułowała zagadnienie i poprawnymi metodami je rozwiązała i zinterpretowała. Rozwiązania są nowe, a rezultaty interesujące. Mają duże znaczenie poznawcze, a również znaczenie przy zastosowaniach inżynierskich dla właściwego zrozumienia zachowania się kompozytowych elementów konstrukcyjnych. Pozwala to na racjonalne projektowanie takich elementów.

Praca stanowi istotny i oryginalny wkład Autorki w rozwój metod nieliniowego modelowania zachowania się materiałów kompozytowych w zakresie obciążeń sprężystych i plastycznych.

Wysoko oceniam komplementarność całego przedsięwzięcia badawczego, obejmującego stworzenie metody wyznaczania właściwości mechanicznych materiałów kompozytowych z zastosowaniem hipotezy równoważności energii całkowitej, precyzyjnego modelu numerycznego oraz weryfikację doświadczalną tej metody.

Praca ma charakter nowoczesny, zawiera mocne podłoże teoretyczne i wartościową numeryczną analizę zachowania się kompozytów. Wymiar użyteczny pracy jest godny podkreślenia. Wyrażone powyżej uwagi krytyczne nie umniejszają wartości pracy, służą jedynie pogłębieniu jej klarowności i wyjaśnieniu wątpliwości wynikających z nieprecyzyjnych sformułowań lub skrótowego ujęcia.

Różne sposoby wyznaczania właściwości mechanicznych materiałów kompozytowych posiada bogata literatura w postaci setek publikacji oraz wielu opracowań monograficznych. Choć bardzo wiele już zrobiono, zagadnienia te nie są do końca poznane i wymagają jeszcze wielu prac badawczych. Należy pozytywnie ocenić bogaty przegląd aktualnego stanu wiedzy

w zakresie metod homogenizacji, biegłość Doktorantki przy przeprowadzeniu obliczeń numerycznych oraz fakt, że rozprawa napisana jest starannie pod względem redakcyjnym.

Teza postawiona w pracy została wykazana w sposób jakościowy i została zweryfikowana doświadczalnie. Uzyskane wyniki są istotne dla opisanego procesu zachowania się kompozytów przy obciążeniach quasi-statycznych w temperaturach pokojowych i zostały opublikowane w pracach z listy filadelfijskiej. Rozprawa prezentuje dobry poziom naukowy i zawiera oryginalne treści naukowe. Stwierdzam zatem, że stanowi ona wartościowe, oryginalne i godne uwagi studium z zakresu mechaniki.

Wnioski wyciągnięte z analizy przedłożonej rozprawy jednoznacznie upoważniają mnie do stwierdzenia, że w świetle obowiązującej Ustawy o stopniach i tytułach naukowych spełnia wymagania stawiane rozprawom doktorskim i stanowi ona podstawę do ubiegania się o nadanie stopnia Doktora Nauk Technicznych.

Wnoszę o przyjęcie Rozprawy mgr inż. Anny Jerzyńskiej i dopuszczenie Kandydatki do publicznej obrony pracy doktorskiej.

Z Nowak